

|  |  |
| --- | --- |
| **פותח במסגרת:** | סדנת מומחים מטעם פרויקט "רמזור" 2012 |
| **שם המורה:** | רון ניב |
|  |  |
| **שם הפעילות:** | בעיית קיצון גיאומטרית |



**פתרון בעיית קיצון גאומטרית**

1. פרטים מקדימים על מערך השיעור

* **נושא השיעור:**

פתרון בעיית קיצון גאומטרית.

* **מקומו של השיעור ברצף ההוראה:**

השיעור שייך לתחום החשבון הדיפרנציאלי.

השיעור מתאים אחרי שהתלמידים יודעים לחקור פונקציית פולינום בתחום פתוח ובתחום מוגבל.

התלמידים מכירים ויודעים להגדיר: פונקצית מטרה, אילוצים, תחום הגדרה (תנאי קצה).

* **הכיתה והרמה לה מיועד השיעור:**

כיתה יוד, 5 יח"ל.

* **רשימת נזרי הוראה בהם נעשה שימוש במהלך השיעור:**

מחשב שעליו מותקנת תוכנת Geogebra (דורש התקנת Java).

מקרן-ברקו או לוח חכם.

1. השיעור ברצף יחידת הלימוד

* **נקודות עיקריות בשיעור קודם:**

פתרנו בעיות קיצון אלגבריות.

סיכמו את המתודולוגיה של פתרון בעיות קיצון אלגבריות.

התלמידים למדו להגדיר פונקצית מטרה, אילוצים ותחום הגדרה.

* **שיעורי הבית שניתנו לקראת השיעור הנוכחי:**

תרגילים: פתרון בעיות קיצון אלגבריות.

* **נקודות עיקריות בשיעור הנוכחי:**

ניישם את הידע בחשבון דיפרנציאלי לפתרון בעיות קיצון גיאומטריות.

* **נקודות עיקריות בשיעור העוקב:**

נמשיך ונעסוק בפתרון בעיות קיצון גאומטריות שם יידרש שילוב ידע רחב בגיאומטריה.

1. אודות השיעור

* **הרציונל של מערך השיעור:**

המחשת העובדה שפונקציית המטרה היא פונקציה, בעלת תחום הגדרה, יש לה נקודות קיצון, תחומי עלייה ותחומי ירידה.

השיעור משלב הדמיה גרפית של הבעיה. יתקיים דיון פתוח שיכלול השערות שונות של תוצאות אפשריות תוך כדי אימות ויזואלי בעזרת יישום דינמי. שיעור זה יחדד לתלמידים את החשיבות של הגדרת האילוצים ותחום ההגדרה של הפונקציה.

* **מטרות:**
* התלמידים ידעו להגדיר פונקציית מטרה של בעייה גיאומטרית.
* התלמידים ידעו לזהות את האילוצים.
* התלמידים ידעו להגדיר את תחום ההגדרה של הפונקציה מתוך נתוני הבעיה והאילוצים.
* **קשיים צפויים:**
* צפוי קושי בהבנת הצורך בהגדרת האילוצים ותחום ההגדרה של הפונקציה.
* מומלץ לבדוק שהציוד הטכנולוגי עובד ותכנת הגיאוגברה עם המצגת המוכנה לשיעור עובדים כראוי.

1. תיאור מהלך השיעור (45 דקות):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **שלבי השיעור** | **הערכת הזמן לכל שלב** | **פירוט המהלך המשוער של השלב בשיעור**  **(בצורת רב-שיח במליאה או הפעלה אחרת ותיאור השימוש בעזרי ההוראה)** | **הערות** |
| התארגנות ובדיקת נוכחות | 5 דקות | שלום. פתיחת שיעור. בדיקת נוכחות. |  |
| בדיקת שיעורי בית וחזרה כל השיעור הקודם | 10 דקות | מ. בשיעור קודם דיברנו על בעיות קיצון אלגבריות. מהי פונקצית מטרה?  מהו אילוץ? מהם תנאי קצה? כיצד כל זה משתלב עם חשבון דיפרנציאלי? | במקביל עונים על בעיות שהתעוררו במהלך הכנת שיעורי הבית. |
| סרטוט הבעיה על הלוח וקיום דיון | 10 דקות | מ. לפנינו מלבן, 8 ס"מ אורכו ו – 6 ס"מ רוחבו. בתוך המלבן ריבוע ומשולש כמתואר בציור\*. נסמן ב – x את צלע הריבוע. ברור שכאשר משנים את x משתנים שטחי הריבוע והמשולש. רוצים לדעת האם ואם כן, עבור איזה ערך של x סכום שטחי הריבוע והמשולש יהיה מינימלי.  מ. האם סכום השטחים משתנה?  ת. כן/ לא  מ. כל תשובה חייבת להיות מנומקת!  ת. אין שינוי. השטחים מתקזזים.  ת. ככל ש – x גדל, סכום השטחים גדל כי שטח הריבוע גדול יותר.  מ. מפעיל יישום דינמי, ומשנה את גודלו של x ע"י גרירת נקודה E לאורך AB. האם מישהו משנה דעתו?  ת. כן/ לא/ לא בטוח.  מ. מסמן במצגת את צלמית שטח המשולש ואת צלמית שטח ריבוע וגורר שוב את נקודה E לאורך AB. מה דעתכם?  ת. סכום השטחים אינו קבוע.  מ. אם צלע הריבוע x. מהו שטח הריבוע?  ת. x2.  מ. יפה. רושם הביטוי המתקבל על הלוח. כיצד נגדיר את שטח המשולש?  ת. מבטאים את הצלע: 8-x, מבטאים את גובה המשולש: 6-x.  מ. מצוין. רושם הביטוי המתקבל על הלוח. מה המשמעות של נתוני אורך המלבן ורוחבו?  ת. אילו הם אילוצי הבעיה.  מ. מהי פונקצית המטרה שלנו?  ת. סכום השטחים.  מ. נרשום את פונקצית המטרה על הלוח. איזו תבנית קיבלנו?  ת. תבנית ריבועית.  מ. מסמן צלמית 1 בהגדרות שבמצגת. האם מישהו מכם משנה דעתו?  ת. ברור יש פרבולה – כלומר, יש נקודת קיצון.  מ. מה עוד חשוב לדעת?  ת. יש מגבלה על ערכי x.  מ. מה המגבלה?  ת. גדול מ – 0 קטן מ – 6.  מ. נכון. מה משמעות המגבלה? כיצד קוראים למגבלה זו?  ת. תחום הגדרה של הבעיה.  מ. מסמן את צלמית 2 בהגדרות שבמצגת. הבה ננתח/ נחקור את פונקצית המטרה ונראה איפה מתקבלת נקודת קיצון ומהם שיעוריה. | השאלה לקוחה מתוך הספר של יואל גבע, 804-806 לכיתות י'. תרגיל 16 עמ' 929   * ר' ציור במצגת הגיאוגברה המצורפת בהמשך   הנושא מעורר ויכוח כיתתי שנשען בעיקר על תחושות. |
| חקירת הפונקציה | 10 דקות | מ. מצאנו שלפונקציה נקודת מינימום, שאינה 0 או 6. מה עוד אפשר לשאול?  ת. מתי מתקבל שטח מקסימלי?  ת. השטח בנקודות הקצה?  מ. נכון. ומה התשובות לשאלות הללו?  ת. יש מקסימום עבור x=6.  מ. ניחוש פראי? מדוע?  ת. נראה הגיוני.  מ. בניתוח האנליטי שנעשה לא הייתה כל התייחסות לתחום ההגדרה של הפונקציה. נגדיר כעת את תחום ההגדרה.  ת. .  מ. נכון. מסמן צלמית 3 בהגדרות.  מ. יש לסמן צלמית "הצגת גרף" על מערכת הצירים מימין. לאחר מכן, להזיז שוב את נקודה E. נתבונן בגרף המתקבל מצד ימין. מה אנחנו מגלים?  ת. מתקבלת נקודת קיצון מסוג מקסימום עבור x=6.  מ. יש לסמן צלמית x צלמית y. | יש להוביל את התלמידים לשאול השאלות הללו .  יש להזיז את נקודה E שעל הסרטוט ולהתבונן בגרף מימין.  יש להדגיש בפני התלמידים את המשמעות של הקואורדינטות והקשר הגרפי בין x לבין סכום השטחים. |
| חישוב אנליטי | 5 דקות | מ. קבלו את המסקנה שראינו כרגע בדרך אנליטית. | החלק האנליטי הוא  בלתי נפרד מהתהליך ולא ניתן לפסוח עליו. |
| סיכום | 3 דקות | מ. מה למדנו היום?  ת. בנית פונקצית מטרה לבעיה גיאומטרית  הגדרת אילוצים ותחום הגדרה  חשיבות הגדרה של פונקצית מטרה  האינטואיציה לפעמים "משקרת"  מ. יפה. חשוב לפתח את האינטואיציה המתמטית ולהיות ערים לעובדה שלעיתים האינטואיציה הראשונית עלולה להטעות. | חשוב לנהל סיכום קצר וחזרה ברמה של ראשי פרקים על החומר שנלמד. |
|  | 2 דקות | מתן שיעורי בית |  |